台北市九十九學年度

高中數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（二）試題

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 設 $f(x)=\frac{1}{24}(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-\frac{2}{3}x(x-2)(x-3)(x-4)$

$$+\frac{9}{4}x(x-1)(x-3)(x-4)-\frac{8}{3}x(x-1)(x-2)(x-4)$$

$$+\frac{25}{24}x(x-1)(x-2)(x-3)$$ ，

則 $f(99)$ 的值為 ＿（一）＿ 。（以最簡型式表示）

2. 設 $[x]$ 表示不超過 x 的最大整數（例如 $[\pi]=3$，$[-7.2]=-8$）。若

$$\sum_{k=1}^{n}[\log_5 k]=[\log_5 1]+[\log_5 2]+\cdots+[\log_5 n]\ge 2010$$ ，

則 n 的最小值為 ＿（二）＿ 。

3. 設 x、y、z、w 是四個不全為 0 的實數，則 $\frac{xy+2yz+zw}{x^2+y^2+z^2+w^2}$ 的最大值為

＿（三）＿ 。

4. 若 p 為小於 400 的質數，且 p^4-p^3 恰有 36 個正因數，則 p 的最大值為

＿（四）＿ 。

5. 在坐標平面上，橫坐標與縱坐標都是整數的點稱為<u>格子點</u>。對任意正整數 n，連接原點與點 $P_n(n,n+5)$，若此線段上除兩端點外的格子點共有 a_n 個，則

$\sum_{n=1}^{2010} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{2010}$ 的和為 ___（五）___ 。

6. 設甲、乙、丙三人共同負責 12 月 1 日至 10 日這十天中任意五天的值班工作，可以一人單獨值班，也可以兩人或三人一起值班。若確定由甲在 12 月 1 日單獨值班，而乙確定在 12 月 10 日值班，則他們三人共有 ___（六）___ 種不同的值班安排方式。

7. 有治療同一種疾病的 A、B 兩種藥，想試驗 A、B 兩種藥的成效。每次試驗由 4 隻白老鼠組成，其中 2 隻服用 A 藥，另 2 隻服用 B 藥，然後觀察療效。若在一次試驗中，服用 A 藥有效的白老鼠隻數比服用 B 藥有效的白老鼠多，就稱該試驗為甲類。若每隻白老鼠服用 A 藥有效的機率為 $\frac{2}{3}$，服用 B 藥有效的機率為 $\frac{1}{2}$，則一次試驗為甲類的機率為 ___（七）___ 。