

臺北市九十六學年度
高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（二）試題

編號：_____（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設 $f(x) = \frac{1}{30}x(39 - 10x^2 + x^4)$ ，則函數圖形 $y = f(x)$ 與直線 $y = x$ 的交點坐標為_____
(一)_____。(全對才給分)
2. 設 x 為實數，則當函數 $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 12x + 37}$ 產生最小值時，變數 x 的值為_____
(二)_____。
3. 自集合 $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 的 100 個整數中任意取出兩數，則取出的兩數之乘積可被 4 整除的方法共_____ (三) _____種。
4. 將一條長細繩對折 10 次後，再將對折後的每一段在兩個三等分點處都剪斷，則剪斷後所得的短細繩只有兩種長度。設其中較長的短細繩共 a 條、較短的短細繩共 b 條，則 $a - b$ 之值為_____ (四) _____。
5. 設 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ，則 $\cos^4 x + 2\cos^4 x \sin^2 x + 3\sin^4 x - 2\sin^6 x - 8\cos^2 x \sin^2 x = 0$ 在此區間中的解為_____ (五) _____。(全對才給分)
- 6 設 a 與 b 為正整數且 $a > b$ 。若 a 與 b 滿足 $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{2}{13}$ ，則序對 (a, b) 等於_____
(六)_____。
7. 給定一正方形 $ABCD$ 。若其內部有一點 P 滿足 $\overline{PA} = 23$ 、 $\overline{PB} = 17$ 與 $\overline{PC} = 7$ ，則此正方形的邊長為_____ (七) _____。