

九十六學年度高雄市高級中學數學科能力競賽試題（一）

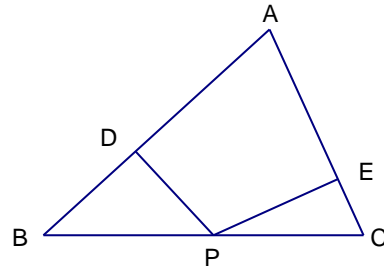
注意事項：(1) 時間分配：2 小時。不可使用電算器。

(2) 請將計算、證明過程依序寫在答案卷上。

(3) 本試卷共五題，滿分 49 分。第一題至第四題每題 10 分，
第五題為 9 分。

(4) 試題與答案卷請一併繳回。

1. 設 $\triangle ABC$ 為一銳角三角形，點 P 是 \overline{BC} 邊上的一點，已知線段 \overline{PE} 垂直於 \overline{AC} 邊，線段 \overline{PD} 垂直於 \overline{AB} 邊。於 \overline{BC} 邊上，試求 P 點使得 $PE \times PD$ 為最大值，並證明之。



2. 設 $f(1)=1$ ， $f(2)=1$ ， $f(3)=3$ ，

又 $f(n+3)=4f(n+2)-5f(n+1)+2f(n)$ ，當 $n=1, 2, 3, \dots$ 。

試求 $f(n)$ ，當 $n=1, 2, 3, \dots$ 。

3. 設 α 、 β 、 γ 為 $\triangle ABC$ 的三個角，

求 $\sin \alpha \sin(\alpha+2\gamma) + \sin \beta \sin(\beta+2\alpha) + \sin \gamma \sin(\gamma+2\beta)$ 之值。

4. 令 $[x]$ 為不大於 x 的最大整數函數。已知 $1 \leq x \leq 10$ ，試問

滿足方程式 $x^2 - [x^2] = (x - [x])^2$ 的 x 解共有多少個？

5. 設 H 為銳角 $\triangle ABC$ 的垂心，且 $\triangle ABH = \triangle BCH = \triangle CAH$ 。

試問 $\cos A + \cos B + \cos C$ 之值為何？