臺北市九十五學年度

高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（二）試題

編號：__________________________（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 在坐標平面上，不等式 $x^2+y^2-2|x|\le 3$ 所圍成區域的面積為___(一)___。

2. 在△ABC 中，若向量 $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 滿足 $6\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$，則 $\cos A=$ ___(二)___。

3. 設 a 與 b 為整數，且方程式 $(1+i)x^2+(a+b\,i)x+(3289+1955\,i)=0$ 有一根是質數，其中 $i=\sqrt{-1}$，則此質數之值為___(三)___。

4. 設 $<a_n>$ 為一數列且 $a_1=2$。若對每個正整數 n，方程式 $x^2-a_{n+1}x+a_n=0$ 都有重根，則 $\log_2 a_{2006}$ 之值為___(四)___。

5. 已知兩圓相交於 A 與 B 兩點，其中一圓上另有 C, D, E, F 四點，第二圓上另有 G, H, I, J 四點。若此十點中，只有 B, C, G 三點共線，除此之外，再沒有任意三點共線，則此十點共可決定___(五)___個圓。

6. 設△ABC 的各邊長分別為 $\overline{BC}=17$、$\overline{CA}=8$、$\overline{AB}=15$，又 M 是邊 $\overline{BC}$ 的中點。過點 A 作一直線與 $\overline{AM}$ 垂直，設此垂直線與直線 BC 交於點 D，則 $\overline{BD}:\overline{CD}=$ ___(六)___。

7. 在空間坐標系中，以 $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$ 與原點 O 為頂點作成一個四面體。在此四面體內部有一球面與四面體的四個面都相切，則此內切球面的球心坐標為___(七)___。