

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽
中區 (台中一中) 筆試(二)試題

編號：

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題，一、二題為填充題，三、四題為計算題；滿分為二十一分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、求 $(1+x)^4 + (1+x)^5 + \cdots + (1+x)^{100}$ 展開式中 x^3 項之係數。 (5分)

二、假設大圓半徑為 2 且圓心在 $(0,0)$ ，小圓半徑為 1 且圓心在 $(3,0)$ ，並假設 P 點在小圓上且座標為 $(2,0)$ 。令大圓固定不動，讓小圓以逆時鐘方向（對大圓圓心而言）沿著大圓圓周作等速的滾動（不滑動），60 秒繞完大圓圓周一圈。試求：當小圓滾動 2.5 秒時，P 點的新座標。 (5分)

三、已知 $\theta = \tan^{-1} \frac{5}{12}$ ，設 $a = (\cos \theta)^{\frac{1}{2004}} + (\sec \theta)^{\frac{1}{2004}}$ ，求 $\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2} \right)^{2004}$ 之值。 (5分)

四、若 a, b, c, d 為正整數，滿足 $a^5 = b^4$ ， $c^3 = d^2$ 及 $c - a = 19$ ，求 $d - b$ 。 (6分)