

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽
中區 (嘉義高中) 筆試(二)試題

編號：

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共二題填充題、二題證明題，滿分為二十一分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、柔道擂台賽，比賽過程是：甲、乙二隊各出 7 名隊員按事先安排的順序出場比賽，
(5 分)

雙方先由 1 號隊員出賽，負者遭淘汰；負方再派 2 號出場迎戰勝方的 1 號，... 以此類推，直至一方 7 名隊員全被淘汰為止，另一方獲勝。所有可能出現的比賽過程的個數為
_____ (1) 。

二、某電腦程式啟動後，第一秒開始，每隔一秒隨機產生數字 0 或 1。某次程式啟動後，
(5 分)

在第 10 秒時共產生出 5 個 0，事件：「在第 8 秒共產生出 4 個 0」發生的機率為 _____ (2) 。

三、求所有自然數 n ，使得

(5 分)

$$\begin{cases} x_1 + \cdots + x_n = 9 \\ \frac{1}{x_1} + \cdots + \frac{1}{x_n} = 1 \end{cases}$$

有正實數解。

四、 x 是實數時，為使 x 的函數

(6 分)

$$\frac{ax^2 + x + 1}{x^2 + x + a}$$

取一切實數值，常數 a 必須在什麼範圍內？