93年數學資訊及自然學科能力競賽高屏澎區　數學科複賽

競賽試題(一)

93.11.2(二)

1. 設H，D，M為ΔABC底邊BC上面之三點且使得AH，AD及AM分別為此三角形通過頂點A之高，角平分線及中線，若AH=24，AD=25且AM=X，試求X之值使(a) $\angle BAC$ 為銳角(b) $\angle BAC$ 鈍角

2. 設$a_1, a_2, ..., a_{2004}$為正實數且滿足$a_1^2 + a_2^2 + ... + a_{2004}^2 = 2004$，試證：

$$\frac{1}{1+2a_1a_2} + \frac{1}{1+2a_2a_3} + ... + \frac{1}{1+2a_{2004}a_1} \geq 668$$

3. (a)設一棋盤共有10×10方格，若一直線經過某一方格內部的點，則稱此直線「切割」該方格，試問一直線最多能「切割」此棋盤多少個方格?
   (b)若一棋盤有m×n方格，試問一直線最多能「切割」此棋盤多少個方格?

4. 設m為任意整數，試證n個連續整數乘積$m(m+1)(m+2).....(m+n-1)$必為n!的倍數