

九十二學年度高級中學數學科能力競賽試題(二)參考解答
(台中一中)

1. 【參考解答】: $a = \frac{4}{9}, b = -\frac{2}{9}, c = \frac{1}{9}.$

2. 【參考解答】: $\sqrt{8}$

3. 【參考解答】:
$$\begin{aligned}(x \circ y) &= (x \circ y) \circ (x \circ y) = [(x \circ y) \circ x] \circ y \\ &= [(y \circ x) \circ x] \circ y = [(x \circ x) \circ y] \circ y \\ &= (x \circ y) \circ y = (y \circ y) \circ x = y \circ x\end{aligned}$$

由此可得

$$(x \circ y) \circ z = (y \circ z) \circ x = x \circ (y \circ z)$$

4. 【參考解答】:

(1) 設 $a \geq b \geq 1$ 且 $(a, b, 1)$ 為三角形的三邊長,

$$\begin{array}{l} a+b+1=n=2k \\ \text{由 } \begin{cases} a+b>1 \\ a+1>b \\ b+1>a \end{cases} \quad \begin{array}{l} \therefore a < k \\ b < k \end{array} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} a+b>1 \\ a+1>b \\ b+1>a \end{array}} \right\} \text{不可能成立}$$

(2) 設 (a, b, c) 是周長為 $2n$ 的三角形三邊長 ($a \geq b \geq c$)

由(1)知 $c \geq 2$

$\Rightarrow (a, b, c-1)$ 是周長為 $2n-1$ 的三角形三邊長

$$\therefore T(2n) \leq T(2n-1)$$

今考慮周長為 $2n-1$ 且形如 (a, b, b) 的三角形,

可知在上述對應中並無周長為 $2n$ 的三角形對應到 (a, b, b) ,

故知 $T(2n) \neq T(2n-1)$

$$\Rightarrow T(2n) < T(2n-1)$$