九十二學年度高級中學數學科能力競賽試題(二)

北區　第三區(建國中學)

編號：＿＿＿＿＿＿

注意事項：

(1)時間分配：1 小時。

(2)配分：滿分 21 分，每題 3 分。

(3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。

(4)不可使用電算器。

(5)試題與答案卷一同繳回。

1. 對每個大於 1 的正整數 n，令

$$T_n = 1+2+3+\cdots+n\text{，}\quad P_n = \frac{T_2}{T_2-1}\times\frac{T_3}{T_3-1}\times\cdots\times\frac{T_n}{T_n-1}\text{，}$$

則 $P_{2003} =$ ＿(1)＿ 。(以最簡分數表示)

2. 設正整數 m 與 n 滿足 $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{1}{12}$。若 n 是奇數，則所有可能的正整數序對 (m,n) 爲 ＿(2)＿ 。

3. 已知拋物線 $y=x^2+3x-1$ 上有兩相異點對直線 $x+y=0$ 成對稱，則此兩相異點的坐標爲 ＿(3)＿ 。

4. 設 $f(x)$ 表示實數 x 的小數部分 (例如：$f(2.38)=0.38$，$f(5)=0$)，則

$$f(\frac{4\times1}{2003})+f(\frac{4\times2}{2003})+f(\frac{4\times3}{2003})+\cdots+f(\frac{4\times2003}{2003})$$

之值等於 ＿(4)＿ 。

5. 有一張邊長爲 6 公分的正三角形紙片 ABC，設 P 點在 $\overline{AB}$ 上而 Q 點在 $\overline{AC}$ 上。若將紙片 ABC 沿 $\overline{PQ}$ 對摺，恰好能使頂點 A 與 $\overline{BC}$ 的一個三等分點 A' 重合，則 $\overline{PQ}$ 的長爲 ＿(5)＿ 公分。

6. 在坐標平面上，令 S 表示集合 $\{(x,y)\mid x,y\in N, 1\le x\le 4, 1\le y\le 5\}$，則以集合 S 中的點做爲頂點的正方形共有 ＿(6)＿ 個。

7. 若 $\sqrt[3]{x-3}+\sqrt[3]{5x-6}=\sqrt[3]{2x-4}+\sqrt[3]{4x-5}$，則 x 的所有可能值爲 ＿(7)＿ 。