

台灣省第一區九十一學年度

高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（一）試題

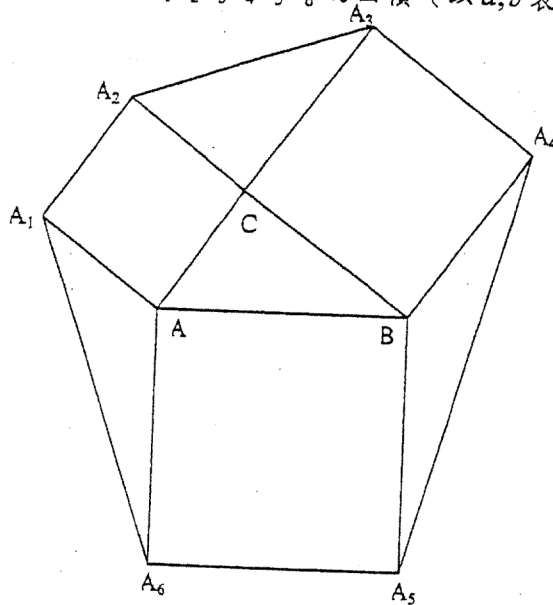
編號：_____（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

問題一：有一片牧場的草，二十七頭牛六星期可以吃完，二十三頭牛九星期可以吃完。
如果是二十一頭牛，那幾星期可以吃完？（假定牧場的草是邊吃邊長的，而且每天成長的量一定）。(12 分)

問題二：如下圖所示：直角三角形 ABC ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = c$ ， $BC = a$ ， $CA = b$ 。
正方形 ABA_5A_6 ， BCA_3A_4 ， CAA_1A_2 分別是由邊 AB ， BC ， CA 向外側延伸出來的。試求六邊形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ 的面積（以 a, b 表示）。(12 分)



問題三：設 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，試求 $9 \tan^2 \theta + 4 \cot^2 \theta + 12 \tan \theta + 12 \cot \theta$ 之最小值。

(12 分)

問題四：空間中有一圓 $C: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x + 2y + 2z - 9 = 0 \end{cases}$ ，及一點 $P(6, 3, 12)$ ，若 Q 點落在圓 C

上，求線段 $\overline{PQ}$ 長之最小值。(13 分)