

教育部九十學年度高級中學數學科能力競賽複賽

90 學年度台南區數學競試 (II)

1、一四邊形 $ABCD$ ，其對角線 AC, BD 交於點 O ，已知各線段長分別為

$\overline{BO}=4, \overline{DO}=6, \overline{AO}=8, \overline{CO}=3$ 及 $\overline{AB}=6$ ，則 $\overline{AD}$ 的長度為多少？

2、若 $x = \tan^{-1} \sqrt{5}$ ，則 $\frac{3 \sin x + \sin 3x}{3 \cos x + \cos 3x}$ 之值等於多少？

3、設 $x_n > 0, n=1, 2, \dots, 2000$ 且 $\sum_{n=1}^{2000} x_n = 1$ ，試證： $\sum_{n=1}^{2000} \frac{1}{1-x_n} > 2001$ 。

4、某人有 100 支鑰匙，其中只有一把可開他家大門。此人隨機選取一支鑰匙試開，若打不開則再試另一支，直到打開為止。(鑰匙試過後不再重複試)；今確定他家大門已上鎖，而 $p(n)$ 表示他是在第 n 次時才打開鎖的機率，求 $p(5)=?$ 以及 $p(n)=?, n=1, 2, \dots, 100$ 。

5、求出所有異於 0 的整數 a, b, c ，而使得方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 有二根為 a 及 b 。