

教育部九十學年度高級中學數學科能力競賽複賽

90 學年度台南區數學競試 (I)

1、有一雙曲線的中心點為平面坐標的原點 O ，其兩焦點都在 x 軸上，

另有一斜率為 $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 的直線過雙曲線右焦點，且與雙曲線交於 P, Q

兩點；已知 $\overline{OP} \perp \overline{OQ}$ ， $|\overline{PQ}| = 4$ ，求此雙曲線的方程式。

2、已知 $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 3x + 31 = m^2$ ，其中 x, m 皆為整數，求 x 之解。

3、設 $a_i \in R, i = 1, 2, 3, \dots, 2001$ ，滿足 $a_1 + a_2 + \dots + a_{2001} \geq 2001$ 及

$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2001}^2 \geq (2001)^2$ 。試證： $\max\{a_1, a_2, \dots, a_{2001}\} \geq 2$ 。

4、求滿足 $f(x^2) = (f(x))^2$ 的所有實係數多項式 $f(x)$ 。