

# 高雄市高級中學九十學年度數學競賽複賽試題

競試(二) 編號: \_\_\_\_\_

1. 本試卷共五題
2. 考試時間: 1 小時
3. 計算紙必須連同試卷交回
4. 不可使用計算器

一、設  $10 \leq x \leq 10000$ , 若  $x^{4-\log x}$  的最大值為  $10^p$ , 且最小值為  $10^q$ , 試求實數  $p$  與  $q$  的值。

二、設  $a, b, c, d, e$  為五個相異的正整數, 試求滿足條件  $n = a^2 + 3b^2 = b^2 + 3c^2 = d^2 + 3e^2$  的最小正整數  $n$  值, 並求此時的  $a, b, c, d, e$  之值。

三、 $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 26, \overline{BC} = 32, \overline{CA} = 36$ , 若  $P$  和  $Q$  二點分別在邊  $\overline{AB}$  和  $\overline{AC}$  上, 使得  $\triangle APQ$  與四邊形  $PBCQ$  的面積相等且它們的周長也相等, 試求  $\overline{PQ}$ 。

四、有一個三位數的質數, 其百位數字、十位數字及個位數字分別為  $a, b, c$ , 試證:  $b^2 - 4ac$  不是完全平方數。

五、長方形  $ABCD$  中,  $P, Q$  二點分別在邊  $\overline{AD}$  及  $\overline{AB}$  上, 連接  $\overline{PQ}, \overline{QC}$  及  $\overline{PC}$ . 若  $\triangle PAQ, \triangle QBC, \triangle PDC$  的面積皆相等, 令

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PD}} = K_1, \frac{\overline{AQ}}{\overline{AB}} = K_2,$$

1. 試求  $K_1$  和  $K_2$  之值。
2. 試求  $K_1^{13} + K_2^{13}$  之值。