

教育部八十九學年度高級中學數學科能力競賽複賽
台南地區試題(二)

注意事項：

(1) . 考試時間：1 小時

(2) . 不可使用計算器。

1. 設 f 為一實數函數，若對於任意實數 x, y 滿足 $f(2x+y)+f(2x-y) = f(x) \cdot f(y)$ 且 $f(0) \neq 0$ 。試證對於任一實數 x 恒使 $f(-x)=f(x)$ 。
2. 設 $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ 表示由 $0,1,2,3,4,5$ 所組成之任一六位數，且規定此六位數之各位數字都不同。試問是否存在一個能被 11 所整除的此種六位數 $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ ？如你認為存在，請寫出；如你認為不存在，請證明之。
2. 已知 $\triangle ABC$ 不是正三角形，試問 $\triangle ABC$ 的三內角與三邊可否同成為等差數列？
4. 某人想要用馬口鐵製造一個圓柱形並且附有桶蓋的圓桶容器，假若此圓柱容器的體積 V 為定值且 $V=2000\pi$ 立方公分。試問想要用最少馬口鐵製造此一容器其半徑應為多少公分？
5. 試求方程式 $xy = 20-3x+y$ 的所有整數解。
6. 設某橋的橋孔為一拋物線形狀(如下圖)，橋孔的長度 $AB=12$ 公尺。橋孔高度 $MN=4$ 公尺，此橋興建時，橋孔每 2 公尺設置一個撐樑，試問下圖中四個撐樑 C_1D_1 、 C_2D_2 、 C_3D_3 、 C_4D_4 其長度各為多少？

