

台灣省第二區八十九學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(二)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設正整數 l, m, n 滿足 $\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} < 1$ ，則 $\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最大值為 ①。

2. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 + 2a - 2b - 2 = 0$ 及 $cd + 7 = 0$ ；則 $(a-c)^2 + (b-d)^2$ 的最小值為 ②。

3. 設某校有四位學生自由參加 x 個社團，結果發現他們四人中

(1) 每位同學恰參加了三個社團，

(2) 每兩位同學恰參加了一個共同的社團；

則 x 可能的值為 ③。

4. 設實數 a, b, c, d 均不為0且滿足

$$\begin{cases} a+b+c-d=0 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{d} = 0 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 2000 \end{cases}$$

則 $a+b+c+d =$ ④。

5. 設分數 $\frac{a}{b+c+d}$ 可化成有限小數 $0.abc$ ，其中 $a, b, c, d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ ，且 $a \neq 0$ ，則

$(a, b, c, d) =$ ⑤。

6. 設 $ABCD$ 為一長方形， $AB=3$ ， $BC=2$ ； P 為 $\overline{AB}$ 上一點， $AP=1$ 。分別在 $\overline{BC}$ 上取一點 Q ，在 $\overline{CD}$ 上取一點 R ，在 $\overline{DA}$ 上取一點 S ，使得 $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{SP}$ 的值最小，則此最小值為 ⑥。

7. 某一測驗要求應試者沿直線走10步，每步步幅一樣，其中包括向前進5步及向後退5步，隨意組合，但是中間沒有任何一步退到起始點的後面才算合格。這種稱為合格的走法共有 ⑦ 種。