

台灣省第一區八十九學年度
高級中學數學及自然學科能力競賽
數學科筆試（一）試題

編號：_____（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

問題一：設甲、乙、丙、丁四人參加一項考試，其中是非題共有七題，每道題答對得 1 分，不答得 0 分，答錯倒扣 1 分。下表紀錄著每個人的答題情形（空白代表此人該題未答），已知甲、乙、丙、丁 四人在是非題部分都得到兩分，試由此推知各題的正確答案並加以說明。（16 分）

	甲	乙	丙	丁
一	O	O		X
二		X	O	X
三	X	O	X	X
四	O	O	X	O
五	X	X	O	O
六	O	X	X	
七	O		O	X
得分	2	2	2	2

問題二：下圖是 1957 年於陝西西安市元代安西王府（忽必烈三兒子忙哥剌的王宮）遺址出土的幻方鐵板。鐵板上每行均由六個數字排列，組成方陣，不論縱行或橫行，或對角線上的數字，相加之和都是 111。這個蘊含著數學原理的六六幻方（魔方陣），在古代被視為奇妙的神秘之物。人們把它鄭重地裝進石函，埋入房基中，用作鎮宅和防災避邪的吉祥物。今鐵板中有八個位置的數字已經無法辨識，你能幫史學家修補好這珍貴的元代幻方鐵板嗎？（16 分）

28	4	3	31	35	10
36				11	1
7		12		22	30
8				16	29
5	20	15	14	25	32
27	33	34	6	2	9

元代幻方鐵板

問題三：設 P 為正方體 $ABCD - EFGH$ 內部一點，今已知

$$\overline{PA} = \sqrt{2}, \overline{PB} = \overline{PD} = \sqrt{3}, \overline{PE} = \sqrt{2}$$

試問此正方體的稜長為？（17 分）