

八十六學年度台南區高級中學數學科複賽

競賽（一）

時間：二小時

1、令 $a_k > 0$ ， $k = 1, 2, 3, 4, \dots, 1997$ ，若 $\sum_{k=1}^{1997} a_k = 1$ ，

試證： $\sum_{k=1}^{1997} \frac{1}{1-a_k} > 1997$ 。

2、試求聯立方程組

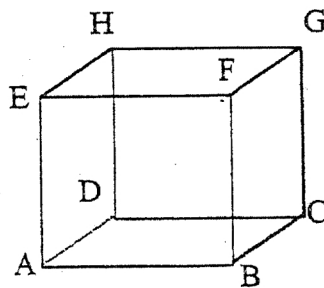
$$\begin{cases} 5x - y - z = 15 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1997 \end{cases} \text{ 的所有正整數解。}$$

3、設 $ABCDEFGH$ 正立方體，

若 X 為 $ABCD$ 所在平面之一點，且滿足

$$\angle AXF = \angle HXA = 90^\circ$$

試求 $\angle AXE$ 之值。



4、袋中有大小相同的 50 個球，分別從 1 到 50 編號，今從袋中取球，記下球號。球不放回袋中，然後繼續取球。設 X 為取到所有 1 號到 16 號球所需取球的次數。

(a) 試求 $X = 30$ 的機率。

(b) 試求 X 的期望值。

(c) 試問 X 最有可能出現的值為何？