

教育部八十六學年度高級中學數學競賽 新竹區複賽試題(一)

編號：_____

注意事項：

1. 本試卷共三題，滿分為四十九分。第一題十六分、第二題十六分、第三題十七分。
2. 考試時間：2小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 不可使用計算器。
5. 請將答案寫在答案卷內。

一、如果 p, q, r 是相異的三個質數且滿足

$$\begin{cases} pq \equiv -1(\text{mod } r) \\ qr \equiv -1(\text{mod } p), \\ rp \equiv -1(\text{mod } q) \end{cases}$$

試求 p, q, r 的值。

二、平面上有三個圓兩兩相交，每兩個圓的交點決定一條公共弦。試找出這三條公共弦之間所有可能的關係（如互相垂直、平行、交於一點、交於兩點...等），並證明之。

三、將一球面上 n 個點之間的連線段分別塗上紅色或黃色，每一線段只能塗一種顏色。已知每一個點連接出來的線段中恰有三條是紅色的，且每三個點所構成的三角形，不能恰好一邊是紅色的。試確定所有可能的 n 值。