

86年度花蓮已複習 試題(一) 參考解答

- (一) 阿明：園丁、司機
 阿福：音樂家、顧問
 阿雄：畫家、理髮師

(二) 1. $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$
 2. $f_9 = 89$

(三) 由 $f(1) = a + b + c, f(2) = 4a + 2b + c, f(3) = 9a + 3b + c$

$$a = \frac{f(1) - 2f(2) + f(3)}{2}$$

解出 $b = \frac{-5f(1) + 8f(2) - 3f(3)}{2}$

$$c = \frac{6f(1) - 6f(2) + 2f(3)}{2}$$

故 $f(4) = f(1) - 3f(2) + 3f(3)$ ，由假設條件

$-1 \leq f(1) \leq 3, 1 \leq f(2) \leq 5, 2 \leq f(3) \leq 6$ ，知 $-10 \leq f(4) \leq 18$

(四) 1. 設 $\overline{DA} = a, \overline{DB} = b, \overline{DC} = c$ ，則

$$\overline{AB} = \sqrt{a^2 + b^2}, \overline{BC} = \sqrt{b^2 + c^2}, \overline{CA} = \sqrt{c^2 + a^2}$$

因 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 > \overline{AC}^2, \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 > \overline{AB}^2, \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 > \overline{BC}^2$

故 $\triangle ABC$ 為銳角三角形。

設 $\triangle ABC$ 的重心為 H ， $\overline{AH}$ 交 $\overline{BC}$ 於 E ， $\overline{BH}$ 交 $\overline{AC}$ 於 F

由假設條件知 $\overline{AD} \perp \overline{BD}, \overline{AD} \perp \overline{CD}$

$$\Rightarrow \overline{AD} \perp \text{平面 } BCD$$

$$\Rightarrow \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

又因 $\overline{AE} \perp \overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} \perp \text{平面 } ADC$

而平面 ABC 包含 $\overline{BC}$ ，故平面 $ABC \perp$ 平面 ADE ①

同理平面 $ABC \perp$ 平面 BDE ②

而 $\overline{DH}$ 為平面 DBE 與平面 ADE 的交線，故 $\overline{DH} \perp \triangle ABC$ 得證。

2. ABC 為銳角三角形，則重心 H 在 $\triangle ABC$ 內部，過 H 作 $\triangle ABC$ 的重

線 ℓ ，在 ℓ 上取一點 D ，使 $\overline{DH} = \frac{abc}{2a\Delta ABC}$ ，則 $DABC$ 為直角四面

體， D 有兩解。