教育部 101 學年度高級中學數學競賽

台中區複賽試題（二）　　編號：______

（時間一小時）

注意事項：

1. 本試卷共六題**填充題**，滿分為二十一分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、已知 ΔABC 不是等邊三角形，且 $\angle A = 60^0,\ \overline{BC} = 13$，若 $\overline{AB},\ \overline{AC}$
(5 分) 均為整數，求 $\overline{AB} + \overline{AC}$ 的最大值。

二、設 $x \ge 0$，當 $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{4+x^2}$ 達到最小值時，x 的值為
(4 分)
何？

三、已知正整數 n 滿足 $2n$ 有 28 個正因數、 $3n$ 有 30 個正因數。
(3 分) 求 $6n$ 的正因數個數。

四、 ΔABC 中 $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$，點 D 與 E 分別為邊 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 的
(3 分) 中點，$\overline{CD}$ 與 $\overline{BE}$ 垂直，求 $\overline{BC}$ 。

五、令 α, β, γ 為方程式 $x^3 + x^2 + 2x + 1 = 0$ 的三根，求 $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$
(3 分) 之值。

六、假設某一個綜藝節目推出「開對門就得獎」的遊戲，$2n$ 道門中只
(3 分) 有 n 道門後各站有一位模特兒。主持人讓來賓選 $2n$ 道門中的 n 道門，至少需要選中藏有模特兒的 n 道門中的 $n-1$ 道門才可以進入決賽。如果要控制進入決賽的機率不大於 0.05 的話，n 應該至少為多少?