

# 九十九學年度高級中學數學能力競賽決賽

## 獨立研究試題（一）

注意事項：

- (1) 三題中自選兩題作答，並請註明題號
  - (2) 時間：2 小時（8:10~10:10）
  - (3) 配分：每題皆為 7 分
  - (4) 不可使用計算器
  - (5) 請將答案寫在答案卷內
- 

一、已知橢圓  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  的左、右焦點分別為  $F_1$ 、 $F_2$ ，過  $F_1$  的直線交橢圓於  $B$ 、 $D$  兩點，過  $F_2$  的直線交橢圓於  $A$ 、 $C$  兩點，且  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，垂足為  $P$ 。試求四邊形  $ABCD$  的面積的最小值。

二、已知正數  $a, b, c$  滿足條件  $a+b+c=3$ ，試證： $(3-2a)(3-2b)(3-2c) \leq a^2b^2c^2$

三、設  $a, b$  為正整數。若  $a+2b$  為 41 的倍數，且  $a-2b$  為 43 的倍數，求  $a+b$  的最小值。