

94 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

筆試（一）試題

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時(13：30 ~ 15:30)
- (2) 配分：每題 35 分
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上
- (4) 不可使用電算器
- (5) 試題與答案卷一同繳回

【問題一】：已知正實數 a, b, c 滿足 $abc = 1$ ，試證： $1 + \frac{3}{a+b+c} \geq \frac{6}{ab+bc+ca}$

【問題二】：某命題單位要出 10 份數學考卷，每份考卷要有 4 道題目，且任意兩份考卷之中至多只有一道題目相同。試求此命題單位至少要準備多少道題目？

【問題三】：設 \overline{AB} 為橢圓的長軸， O 為其中心， F 為其一焦點。 P 為橢圓上的一點， \overline{CD} 為通過 O 的一條弦；若 \overline{CD} 平行於過 P 點的切線，且 \overline{PF} 與 \overline{CD} 交於 Q 點，試確定 \overline{PQ} 與 \overline{OA} 之大小關係。