

94 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

獨立研究（一）試題

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時。
- (2) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (3) 不可使用電算器。
- (4) 試題與答案卷一同繳回。

【問題一】：試求方程式 $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \frac{3}{7}$ 的所有整數解 (x, y) 。

【問題二】：給定線段 $\overline{AB} = 7$ ， C 為 $\overline{AB}$ 的一點，使得 $\overline{AC} = 5$ ，分別以 $\overline{AC}$ 及 $\overline{CB}$ 為邊，

在 $\overline{AB}$ 的同側作正三角形，設它們外接圓的圓心分別為 O 及 O' 。

試求： $\overline{OO'}$ 之長。

【問題三】：設 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 17x$ ，若 $f(a) = 16$ ， $f(b) = 20$ ，求 $a + b$ 。