

94 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

口試 【參考解答】

[問題一] 參考解答：

$$A = 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (4k-1) \times (4k+1)$$

$$B = 2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times (4k) \times (4k+2)$$

$$A+B = 1 \times 3 \times \cdots \times (4k-1)(4k+1) + [(4k+3) - (4k+1)] \times [(4k+3) - (4k-1)]$$

$$\times \cdots \times [(4k+3) - 3] \times [(4k+3) - 1]$$

$$= 1 \times 3 \times \cdots \times (4k-1) \times (4k+1) + (4k+3) \text{ 的倍數}$$

$$+ (-(4k+1))(-(4k-1)) \times \cdots \times (-3) \times (-1)$$

$$= 1 \times 3 \times \cdots \times (4k-1) \times (4k+1) + (4k+3) \text{ 的倍數}$$

$$+ (-1)^{2k+1} 1 \times 3 \times \cdots \times (4k-1)(4k+1)$$

$$= (4k+3) \text{ 的倍數}$$

[問題二] 參考解答：

延長 DE 至 G ，使 $DG = DE$

連結 GB ， GF

則 $\triangle BDG \cong \triangle ADE$

而有 $a\triangle BDG = a\triangle DEF$

由於 $BGDF$ 為凸四邊形

$$a\triangle ADE + a\triangle BDF = a\triangle BGEF > a\triangle DGF = a\triangle DEF$$