

九十三學年度高級中學數學科能力競賽決賽

口試試題

【問題一】：試問是否存在正整數 n ，同時滿足下列各條件：

1. n 的各個位數的數字都相異， n^2 的各個位數的數字都相異， n^3 的各個位數的數字都相異，
2. n, n^2, n^3 這三個數的所有位數的數字都不重複，而且正好是由 $0, 1, 2, \dots, 9$ 這十個數字所組成。
試說明理由。

【問題二】：令 $\triangle XYZ$ 的面積記為 $a\triangle XYZ$ ，試證：四邊形 $ABCD$ 為梯形的充要條件為
$$a\triangle ABC \times a\triangle ACD = a\triangle ABD \times a\triangle BCD$$