

教育部八十九學年度高級中學數學科能力競賽決賽
筆試試題(一)

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時 (09:30 - 11:30)
- (2) 配分：每題皆為 7 分。
- (3) 不可使用計算器。

問題(一)、設 m, n 皆為質數，且 $m^2 + 3mn + n^2$ 為完全平方數，試求出滿足上述條件的所有 m, n 值。

問題(二)、設 $\triangle ABC$ 為銳角三角形， $\overline{AB} \neq \overline{AC}$ ，若 $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 分別為三邊上的高，一直線 L 過 D 點且平行 $\overline{EF}$ 交直線 AC 於 Q 點並和直線 AB 交於 R 點；令 P 為直線 BC 和直線 EF 的交點，試證： $\triangle PQR$ 的外接圓通過 $\overline{BC}$ 的中點 M 。

問題(三)、設 $N = \{1, 2, 3, \dots, 2001\}$ 是前 2001 個正整數所形成的集合。當 A, B, C 為 N 的三個非空、兩兩沒有共同元素的子集合而且 $2001 \in A$ 時，我們稱 (A, B, C) 是一個「龍集合序組」。試問這樣的「龍集合序組」的個數是多少？