【獨立研究三參考解答】

$S_0 = a^0 + b^0 + c^0 = 3, S_1 = a + b + c = 8$(由根與係數知)

$S_2 = a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = 8^2 - 2\times 8 = 48$

當$n \geq 0$時,$S_{n+3} = a^{n+3} + b^{n+3} + c^{n+3} \geq 8S_{n+2} - 8S_{n+1} + S_n$

【獨立研究四參考解答】

令x_i表示第i位學生解出A類的題數,則其解出B類的題數為

$$x_i \pm 2t_i - 1, \forall i = 1,2,3,\cdots,n$$

令y_j表示解出試題A_j的學生數,則解出試題B_j的學生數為

$$y_j \pm 2s_j, \forall j = 1,2,3,\cdots,k$$

因為

$$x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_n = y_1 + y_2 + \cdots + y_k$$

且

$(x_1 \pm 2t_1 - 1) + (x_2 \pm 2t_2 - 1) + \cdots + (x_n \pm 2t_n - 1) = (y_1 \pm 2s_1) + (y_2 \pm 2s_2) + \cdots + (y_k \pm 2s_k)$

故合併以上兩式可得

$x_1 + (x_1 \pm 2t_1 - 1) + x_2 + (x_2 \pm 2t_2 - 1) + \cdots + x_n + (x_n \pm 2t_n - 1)$

$= y_1 + (y_1 \pm 2s_1) + y_2 + (y_2 \pm 2s_2) + \cdots + y_k + (y_k \pm 2s_k)$

即 n 個奇數和

$(\pm 2t_1 - 1) + (\pm 2t_2 - 1) + \cdots + (\pm 2t_n - 1)$

$= 2(y_1 + y_2 + \cdots + y_k) - 2(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) + 2(\pm s_1 \pm s_2 \pm \cdots \pm s_k)$

由此可得：n是一偶數