

教育部八十八學年度高級中學數學科能力競賽決賽
獨立研究試題(二)

注意事項：

- (1) 時間分配：1時50分(16:10 - 18:00)
- (2) 配分：每題皆為7分。
- (3) 不可使用計算器。

問題(三)、設 a, b, c 為多項式 $x^3 - 8x^2 + 8x - 1$ 的三個根，對於任一非負整數 n ，表 $S_n = a^n + b^n + c^n$ 。試求 S_{2000} 的個位數。

問題(四)、有 n 位學生參加一項數學競賽，這項競賽試題共分成兩大類：A類與B類，每一大類各有 k 小題： $A_1, A_2, \dots, A_k$ 及 $B_1, B_2, \dots, B_k$ 。已知每一位學生解出A類的題數與解出B類的題數之差都是奇數；而對每一個 $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ ，解出試題 A_i 的學生數與解出試題 B_i 的學生數之差都是偶數。試證： n 是一個偶數。