教育部 104 學年度高級中學數學能力競賽決賽

【筆試二】第一題

等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}//\overline{CD}$ ，$\overline{AB}>\overline{CD}$ 且 $\overline{AD}=\overline{BC}$ 。試證：若 P 為 $ABCD$ 內部或邊上一點，則 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{PD}\le\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{AD}$ 。

【筆試二】第二題

設 n 為給定的正整數且 $n\ge 2$ 。若 $A=\{1,2,3,\cdots,2^n\}$ 的子集合 B 滿足以下的性質：『若 $a,b\in A$ ，$a\ne b$ ，且 $a+b$ 為 2 的冪次，則 a,b 之中恰有一數在集合 B 中』，則稱 B 為 A 的一個「好子集」。試問集合 $A=\{1,2,3,\cdots,2^n\}$ 中有多少個好子集？

【筆試二】第三題

設有 m 個相異的正偶數與 n 個相異的正奇數之總和小於 2015。對於所有此種正整數 m 與 n ，試求 $3m+4n$ 的最大值。